ADMITERE ÎN GRUPA DE EXCELENȚĂ
Disciplina: MATEMATICĂ
28 SEPTEMBRIE 2019
barem de corectare

IX

1. $f: N \to Q,\ f\,(2018) = \ 2019\ si\ f(x+1) = f(x) + \frac{x}{1009}$,

$Dand\ lui\ x\ valorile\ 0,1,2, \dots n-1, in\ relatia\ de\ mai\ sussi\ insumand\ obtinem$:

$f(n)$=f(0)+$\frac{n(n-1)}{2018}$ (1).......................2p

Inlocuim n cu 2018, in relatia (1) si obtinem $f(0)$=2, deci $f(n)$=2 + $\frac{n(n-1)}{2018}$, de unde

deci $f(x)$=2 + $\frac{x(x-1)}{2018}$, pt orice $x\ natural$ 2p

Avem $g(x)$=$\frac{2018(\ 2x-3)}{x(x-1)}$ $(f(\quad) - 2) = 2x - 3, dupa\ un\ calcul\ simplu, pentru\ orice\ x \in R -$ $\{0,1\}$..........................1p

*Pentru a afla punctul de intersectie al graficelor functiilorg,h, rezolva*m sistemul:$format\ din\ ecuatiile: y = g(x) si\ y = h(x) obtinand\ astfel\ x = 3, y =$ $3, care\ sunt\ coordonatele\ punctului\ de\ intersectie \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots 2p$

2. |S-3S_1|=|S-3S_2|=|S-3S_3| de unde
   S-3S_1=±(S-3S_2) (1)
   S-3S_2=±(S-3S_3) (2)
   S-3S_3=±(S-3S_1) (3)..............................1p

   Obtinem din(1) ca S-C sau S-3S_1= - S+3S_2, adica S_1=S_2, sau 2S =3(S_1+S_2) (4)

   Analog, din (2) avem S_2=S_3 sau 2S =3(S_2+S_3) (5)
   Analog, din (3) avem S_1=S_3 sau 2S =3(S_1+S_3) (6)...................2p

   Prin urmare din (4), (5) si (6), avem S_1=S_2 =S_3 =$\frac{S}{3}$ 1p

   Sau S_1=S_2, si 2S =3(S_2+S_3), de unde S_1=S_2, si S_3=S-(S_1+ S_2)= S-2S_2 , de unde S=2S_2 +S_3

$= S_2 \ + \frac{2S}{3}$ de unde $S_2 = \frac{S}{3} = S_1$, de unde $S_3 = \frac{S}{3}$
Folosind si relatiile (5) si (6), obtinem acelasi lucru, adica unde $S_1 = S_2 = S_3 =$
$= \frac{S}{3}$.........................2p
Ceea ce ne arata ca M=G, centru de greutate al triunghiului ABC.................1p

3. $x^2 + y^2 + z^2 + 13^2 = 4x\sqrt{3} + 6y\sqrt{5} + 8z\sqrt{7}$. *Ecuatia devine:*

$x^2 - 4x\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 - ((2\sqrt{3})^2 + y^2 - 6y\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{5})^2 + z^2 - 8z\sqrt{7} + (4\sqrt{7})^2 - (4\sqrt{7})^2 + 13^2 = 0$ *.............3p*

Rezulta $(x - 2\sqrt{3})^2 + (y - 3\sqrt{5})^2 + (z - 4\sqrt{7})^2 = 0$........................2p

Solutiile $x = 2\sqrt{3}$, $y = 3\sqrt{5}$, $z = 4\sqrt{7}$..2p